

Equations du second degré

Activité 5 : Construire un tableau de signe d'une fonction et l'allure de la courbe à partir d'une expression factorisée

Soit une fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$.

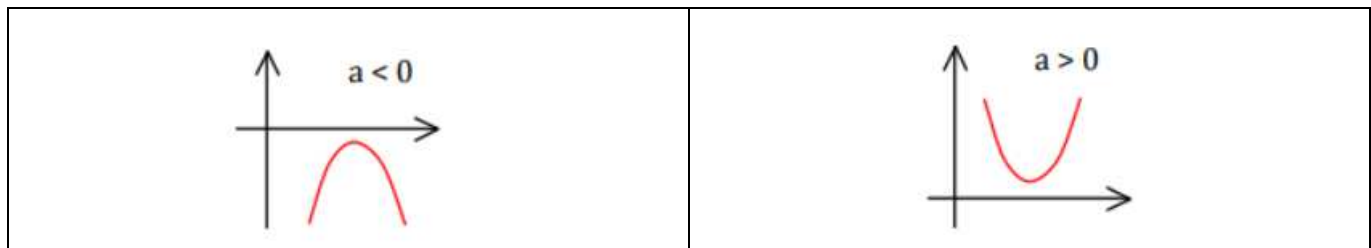
Les coordonnées du sommet d'une parabole est $S\left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$

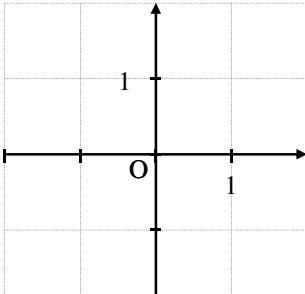
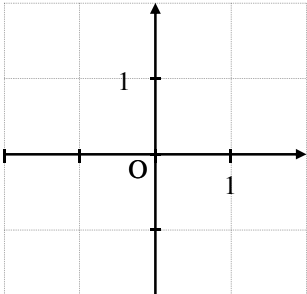
1) Si il n'y a pas de solution, le polynôme n'est pas factorisable : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- 2 cas sont possibles :

➤ Si a est négatif (a <0)	➤ Si a est positif (a >0)												
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$ax^2 + bx + c$</td><td colspan="2">- (Signe de a)</td></tr></table>	x	$-\infty$	$+\infty$	$ax^2 + bx + c$	- (Signe de a)		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$ax^2 + bx + c$</td><td colspan="2">+ (Signe de a)</td></tr></table>	x	$-\infty$	$+\infty$	$ax^2 + bx + c$	+ (Signe de a)	
x	$-\infty$	$+\infty$											
$ax^2 + bx + c$	- (Signe de a)												
x	$-\infty$	$+\infty$											
$ax^2 + bx + c$	+ (Signe de a)												

- Allure de la courbe :



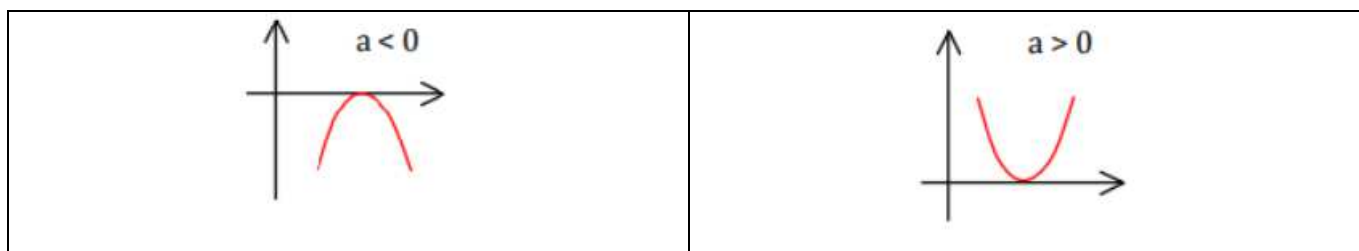
➤ Exemple : $f(x) = -3x^2 + 6x - 4$	Exemple : $f(x) = 3x^2 + 6x + 4$												
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	$+\infty$				<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	$+\infty$			
x	$-\infty$	$+\infty$											
x	$-\infty$	$+\infty$											
$a = \dots\dots\dots$	$a = \dots\dots\dots$												
<u>Coordonnées du sommet :</u> $-b/2a = \dots\dots\dots$ $f(-b/2a) = \dots\dots\dots$	<u>Coordonnées du sommet :</u> $-b/2a = \dots\dots\dots$ $f(-b/2a) = \dots\dots\dots$												
<u>Allure de la courbe :</u> 	<u>Allure de la courbe :</u> 												

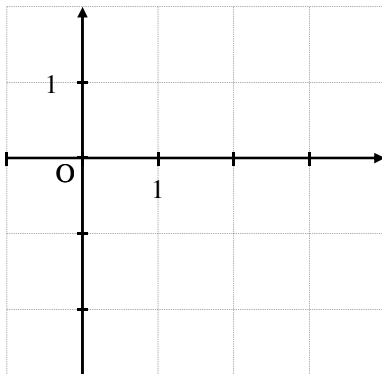
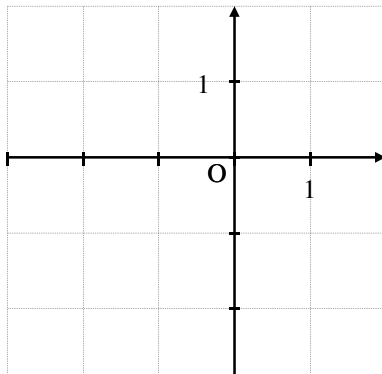
2) Si il y a une seule solution, le polynôme est factorisable : $f(x) = a(x - x_1)^2$

- 2 cas sont possibles :

➤ Si a est négatif (a <0)	➤ Si a est positif (a >0)																
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$a(x-x_1)^2$</td><td>- (Signe de a)</td><td>0</td><td>- (Signe de a)</td></tr></table>	x	$-\infty$	x_1	$+\infty$	$a(x-x_1)^2$	- (Signe de a)	0	- (Signe de a)	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$a(x-x_1)^2$</td><td>+ (Signe de a)</td><td>0</td><td>+ (Signe de a)</td></tr></table>	x	$-\infty$	x_1	$+\infty$	$a(x-x_1)^2$	+ (Signe de a)	0	+ (Signe de a)
x	$-\infty$	x_1	$+\infty$														
$a(x-x_1)^2$	- (Signe de a)	0	- (Signe de a)														
x	$-\infty$	x_1	$+\infty$														
$a(x-x_1)^2$	+ (Signe de a)	0	+ (Signe de a)														

- Allure de la courbe :



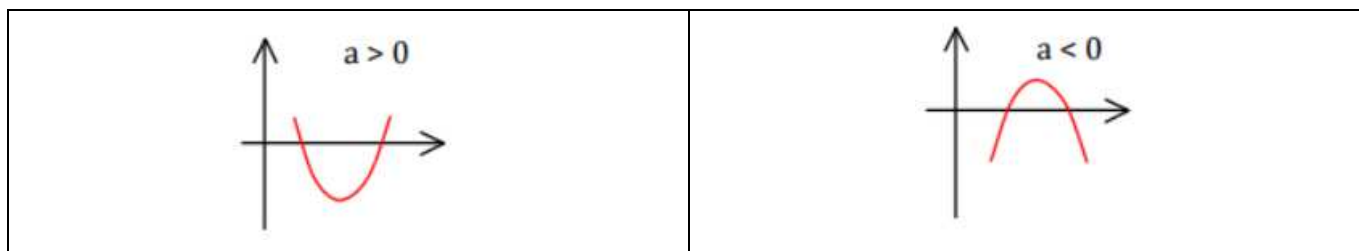
➤ Exemple : $f(x) = -2x^2 + 4x - 2 = -2(x - 1)^2$	Exemple : $f(x) = 2x^2 + 4x + 2 = 2(x + 1)^2$												
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	$+\infty$				<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	$+\infty$			
x	$-\infty$	$+\infty$											
x	$-\infty$	$+\infty$											
$a = \dots\dots\dots$ $x_1 = \dots\dots\dots$	$a = \dots\dots\dots$ $x_1 = \dots\dots\dots$												
<u>Coordonnées du sommet :</u> $-b/2a = \dots\dots\dots$ $f(-b/2a) = \dots\dots\dots$	<u>Coordonnées du sommet :</u> $-b/2a = \dots\dots\dots$ $f(-b/2a) = \dots\dots\dots$												
<u>Allure de la courbe :</u> 	<u>Allure de la courbe :</u> 												

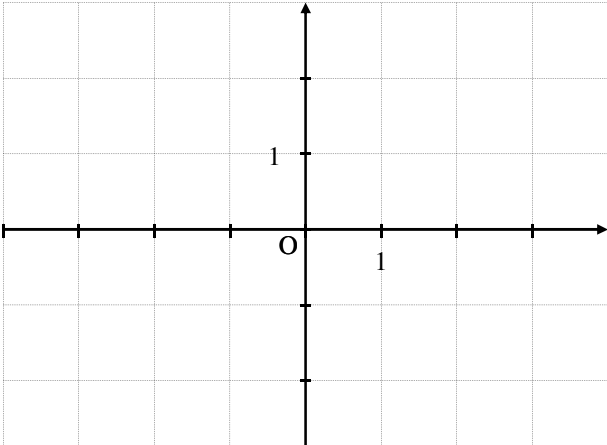
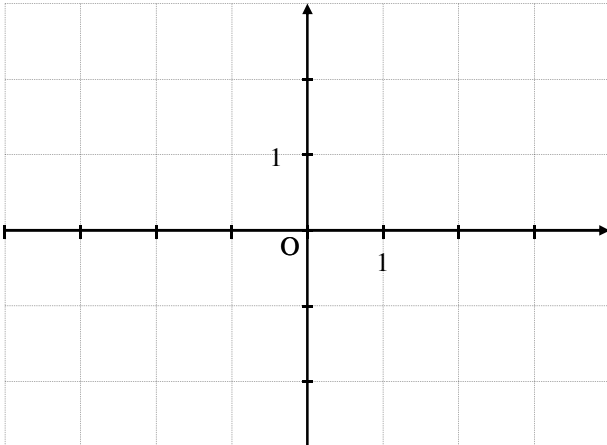
3) Si il y a deux solutions, le polynôme est factorisable : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

- 2 cas sont possibles :

➤ Si a est négatif (a <0)	➤ Si a est positif (a >0)																																
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$a(x-x_1)(x-x_2)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td></td><td>(Signe de a)</td><td>(Signe opposé de a)</td><td>(Signe de a)</td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	$a(x-x_1)(x-x_2)$	-	0	+	0	-		(Signe de a)	(Signe opposé de a)	(Signe de a)		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$a(x-x_1)(x-x_2)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td></td><td>(Signe de a)</td><td>(Signe opposé de a)</td><td>(Signe de a)</td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	$a(x-x_1)(x-x_2)$	+	0	-	0	+		(Signe de a)	(Signe opposé de a)	(Signe de a)	
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$																													
$a(x-x_1)(x-x_2)$	-	0	+	0	-																												
	(Signe de a)	(Signe opposé de a)	(Signe de a)																														
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$																													
$a(x-x_1)(x-x_2)$	+	0	-	0	+																												
	(Signe de a)	(Signe opposé de a)	(Signe de a)																														

- Allure de la courbe :



➤ Exemple : $f(x) = -x^2 + 4x - 3 = -1(x - 1)(x - 3)$	Exemple : $f(x) = x^2 - 4x + 3 = 1(x - 1)(x - 3)$												
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	$+\infty$				<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	$+\infty$			
x	$-\infty$	$+\infty$											
x	$-\infty$	$+\infty$											
$a = \dots\dots\dots$ $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$	$a = \dots\dots\dots$ $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$												
<u>Coordonnées du sommet :</u> $-b/2a = \dots\dots\dots$ $f(-b/2a) = \dots\dots\dots$	<u>Coordonnées du sommet :</u> $-b/2a = \dots\dots\dots$ $f(-b/2a) = \dots\dots\dots$												
<u>Allure de la courbe :</u> 	<u>Allure de la courbe :</u> 												

Bilan :