

Equations du second degré

Activité 3 : Factoriser un polynôme de degré 2

Une fois que les racines d'un polynôme ont été calculées, il est possible de **factoriser le polynôme**.

Le principe est le suivant : supposons la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Une fois que les solutions x_1 et x_2 ont été trouvées, le polynôme peut s'écrire :

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Exemple : $4x^2 + 4x - 8 = 0$

On a vu **au début de l'activité 2** que les solutions de cette équation étaient :

$$x_1 = -2 \quad \text{et} \quad x_2 = 1 \quad (\text{S'approprier})$$

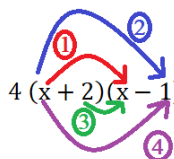
Il est possible de factoriser le polynôme et on obtient : *(Réaliser)*

$$f(x) = 4(x - (-2))(x - 1)$$

Donc :

$$f(x) = 4(x + 2)(x - 1)$$

Vérifions en développant : *(Valider)*

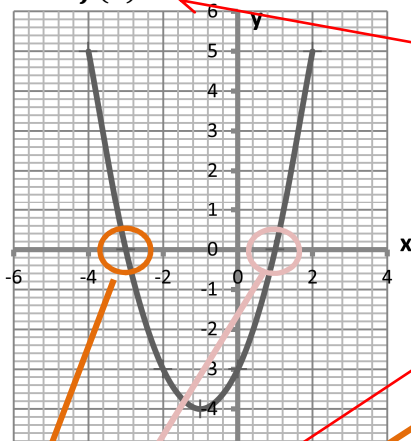


$$4(x + 2)(x - 1) = 4 \times (x \times x + x \times (-1) + 2 \times x + 2 \times (-1)) = 4 \times (x^2 - x + 2x - 2) = 4x^2 - 4x + 8x - 8 = 4x^2 + 4x - 8$$

Application

Factoriser les expressions suivantes en s'aidant des solutions trouvées graphiquement dans l'activité 1 :

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$



$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

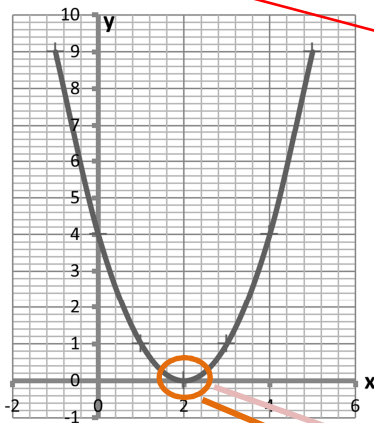
Solutions trouvées : *(S'approprier)*

$$x_1 = -3 \quad \text{et} \quad x_2 = 1$$

Factorisation : *(Réaliser - Communiquer)*

$$f(x) = 1(x - (-3))(x - 1) = (x + 3)(x - 1)$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$



$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

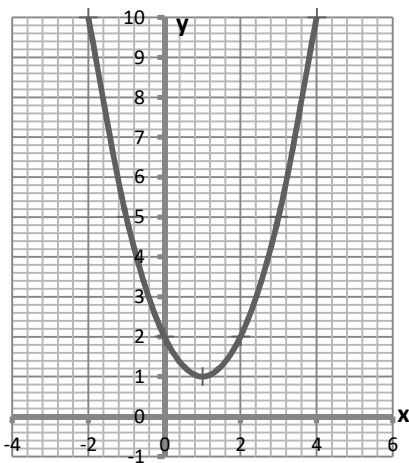
Solution trouvée : (S'approprier)

$x = 2$ (C'est une solution double) c'est-à-dire $x_1 = 2$ et $x_2 = 2$

Factorisation : (Réaliser / Communiquer)

$$f(x) = 1(x - 2)(x - 2) = (x - 2)^2$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 2$$



Solution trouvée : (S'approprier)

Pas de solution donc $f(x)$ n'est pas factorisable.

$$f(x) = x^2 - 2x + 2$$

Bilan : La forme factorisée d'un polynôme de degré 2 d'expression $f(x) = ax^2 + bx + c$ s'écrit :

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) \text{ avec } x_1 \text{ et } x_2 \text{ les solutions de l'équation.}$$