

Equations du second degré

Activité 4 : Déterminer les solutions d'une équation à partir d'une expression factorisée

Rappels pour développer une expression :

- On développe les parenthèses (on s'occupera du nombre placé avant les parenthèses plus tard).

Etape 2

$$2(x-2)(x+1)$$

Etape 1

$$= 2[x \times x + x \times 1 + (-2) \times x + (-2) \times 1]$$

Etape 3

Etape 4

-On calcule tous les éléments développés

$$2[x \times x + x \times 1 + (-2) \times x + (-2) \times 1]$$

$$= x^2 + x - 2x - 2$$

-On obtient donc :

$$2[x^2 + x - 2x - 2]$$

-On simplifie (en regroupant tous les x^2 ensembles, tous les x ensembles et tous les nombres seuls ensembles) :

$$2[x^2 + x - 2x - 2]$$

Un seul x^2

$x - 2x = -x$

Un seul nombre seul qui est -2

-On obtient :

$$2[x^2 - x - 2]$$

-Il ne reste plus qu'à s'occuper du nombre qui était placé devant les parenthèses au départ, on va développer :

$$2[x^2 - x - 2] = 2 \times x^2 - 2 \times (-x) + 2 \times (-2)$$

-On calcule tous les éléments développés :

$$2 \times x^2 + 2 \times (-x) + 2 \times (-2)$$

$$= 2x^2 - 2x - 4$$

-On obtient au final le résultat suivant :

$$2x^2 - 2x - 4$$

Soit la fonction $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$ définie sur $\mathbb{R}$.

1) Sans faire de calcul, émettre une hypothèse en choisissant la factorisation qui vous paraît correcte : (Analyser)

☐ $2(x-2)(x+1)$

Etape 1 : On teste la 1ère expression

☐ $2(x-2)(x-1)$

Etape 2 : on teste la 2ème expression

☒ $2(x+2)(x-1)$

Etape 3 : on teste la dernière expression

2) En développant chaque expression proposée ci-dessus, déduire la validité de l'hypothèse choisie ci-dessus :

(Réaliser - Valider)

Le 1er et le 2ème résultat sont différents de l'expression de départ $2x^2 + 2x - 4$ donc ce n'est pas la bonne factorisation

▪ $2(x-2)(x+1) = 2[x \times x + x \times 1 + (-2) \times x + (-2) \times 1] = 2[x^2 + x - 2x - 2] = 2[x^2 - x - 2] = 2x^2 - 2x - 4$

▪ $2(x-2)(x-1) = 2[x \times x + x \times (-1) + (-2) \times x + (-2) \times (-1)] = 2[x^2 - x - 2x + 2] = 2[x^2 - 3x + 2] = 2x^2 - 6x + 4$

▪ $2(x+2)(x-1) = 2[x \times x + x \times (-1) + 2 \times x + 2 \times (-1)] = 2[x^2 - x + 2x - 2] = 2[x^2 + x - 2] = 2x^2 + 2x - 4$

On retrouve bien l'expression de départ

3) En s'aidant de l'expression factorisée, déterminer la ou les solutions de l'équation $2x^2 + 2x - 4 = 0$: (S'approprier)

L'expression factorisée de $2x^2 + 2x - 4$ est $2(x+2)(x-1)$.

Si $x = -2$ ou si $x = 1$, on a bien $2(x+2)(x-1) = 0$. $2(-2+2)(-2-1) = 2 \times 0 \times (-3) = 0$ OU $2(1+2)(1-1) = 0$

Donc les solutions de l'équation $2x^2 + 2x - 4 = 0$ sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 1$.

Bilan :

- Si le polynôme est factorisable et s'écrit $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$:
 ➤ Il y a 2 solutions : x_1 et x_2 .
- Si le polynôme est factorisable et s'écrit $f(x) = a(x - x_1)^2$ OU $f(x) = a(x - x_1)(x - x_1)$:
 ➤ Il y a une seule solution qui est double : x_1 .
- Si le polynôme n'est pas factorisable et reste sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$:
 ➤ L'équation n'a pas de solution