

Equations du second degré

Activité 4 : Déterminer les solutions d'une équation à partir d'une expression factorisée

Soit la fonction $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$ définie sur $\mathbb{R}$.

1) Sans faire de calcul, émettre une hypothèse en choisissant la factorisation qui vous paraît correcte : (Analyser)

☐ $2(x-2)(x+1)$

☐ $2(x-2)(x-1)$

☒ $2(x+2)(x-1)$

2) En développant chaque expression proposée ci-dessus, déduire la validité de l'hypothèse choisie ci-dessus :
(Réaliser - Valider)

- $\underline{2(x-2)(x+1)} = 2[x \times x + x \times 1 + (-2) \times x + (-2) \times 1] = 2[x^2 + x - 2x - 2] = 2[x^2 - x - 2] = 2x^2 - 2x - 4$
- $\underline{2(x-2)(x-1)} = 2[x \times x + x \times (-1) + (-2) \times x + (-2) \times (-1)] = 2[x^2 - x - 2x + 2] = 2[x^2 - 3x + 2] = 2x^2 - 6x + 4$
- $\underline{2(x+2)(x-1)} = 2[x \times x + x \times (-1) + 2 \times x + 2 \times (-1)] = 2[x^2 - x + 2x - 2] = 2[x^2 + x - 2] = 2x^2 + 2x - 4$

3) En s'aidant de l'expression factorisée, déterminer la ou les solutions de l'équation $2x^2 + 2x - 4 = 0$: (S'approprier)

L'expression factorisée de $2x^2 + 2x - 4$ est $2(x+2)(x-1)$.

Si $x=-2$ ou si $x=1$, on a bien $2(x+2)(x-1)=0$.

Donc les solutions de l'équation $2x^2 + 2x - 4 = 0$ sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 1$.

Bilan :

- Si le polynôme est factorisable et s'écrit $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$:
 ➤ Il y a 2 solutions : x_1 et x_2 .
- Si le polynôme est factorisable et s'écrit $f(x) = a(x - x_1)^2$ OU $f(x) = a(x - x_1)(x - x_1)$:
 ➤ Il y a une seule solution qui est double : x_1 .
- Si le polynôme n'est pas factorisable et reste sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$:
 ➤ L'équation n'a pas de solution